

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Інженерно-технічний факультет
Кафедра комп'ютерних систем і мереж

Курсова робота
з курсу “Прикладна теорія цифрових автоматів”
на тему:

Синтез комбінаційних схем.
Синтез абстрактних автоматів

Варіант №2.11

студента 2-го курсу
спеціальності КСМ
Чорномаза Віталія
Васильовича

Науковий керівник:
доц. Король І. Ю.

Ужгород – 2007

Зміст

1. Вступ.....	3
2. Синтез комбінаційних схем.....	4
2.1. Перевірити наявність фіктивних аргументів у функції f3 та f4, аналізуючи відповідні таблиці істинності.....	4
2.2. Бульові функції представити у вигляді таких канонічних форм.....	6
2.2.1. Функцію f1 у ДДНФ:.....	6
2.2.2. Функцію f2 у ДКНФ:.....	6
2.2.3. Функцію f3 у вигляді поліному Жегалкіна:.....	6
2.3. Використовуючи розклад Шеннона, представити функцію f4 з допомогою функцій від двох змінних.....	8
2.4. Для кожної з функцій f1, f2, f3, f4 визначити їх належність до п'яти предповних класів. Проаналізувати можливість створення з цих функцій функціонально повної системи.....	8
2.4.1. Аналіз належності функції f1 до п'яти предповних класів.....	8
2.4.2. Аналіз належності функції f2 до п'яти предповних класів.....	9
2.4.3. Аналіз належності функції f3 до п'яти предповних класів.....	10
2.4.4. Аналіз належності функції f4 до п'яти предповних класів.....	11
2.5. Виконати мінімізацію булевих функцій.....	13
2.5.1. Функції f1 - f4 - методом К-карт.....	13
2.5.2. Функцію f2 - методом Квайна – Мак-Класкі.....	17
2.5.3. Функцію за допомогою карт Карно (діаграм Вейча), при цьому значення функції на наборах з номерами J вважати невизначеними.....	18
2.6. Провести синтез комбінаційних схем, що реалізують бульові функції.....	19
2.6.1. Функцію f1 у базисі I-АБО-НЕ.....	19
2.6.2. Функцію f2 у базисі I-НЕ.....	20
2.6.3. Функцію f3 у базисі АБО-НІ, при цьому використати тільки двовходові елементи.....	20
2.7. Виконати синтез комбінаційних схем, які реалізують наступні бульові функції.....	21
2.7.1. Функцію f4 за допомогою повних дешифраторів із чотирма входами.....	21
2.7.2. Функцію f4 за допомогою повних дешифраторів із трьома входами.....	21
2.7.3. Функцію f1 за допомогою мультиплексорів із чотирма адресними входами.....	22
2.7.4. Функцію f2 за допомогою мультиплексорів із трьома адресними входами.....	22
2.7.5. Функцію f3 за допомогою мультиплексорів із двома адресними входами.....	23
2.8. Провести структурний синтез автомату Мілі.....	23
3. Висновки.....	26
4. Список використаної літератури.....	27

1. Вступ

В наш час інформаційні технології розвиваються надзвичайно швидкими темпами. Розвиток фундаментальних, прикладних і технічних наук спричинив необхідність виконання безлічі розрахунків та обчислень. Вивчаючи науково технічні дисципліни, ми отримуємо можливість освоїти і застосувати теоретичні методи аналізу і синтезу схем комп'ютерів (електронних обчислювальних машин) і засоби їхньої технічної реалізації.

Бурхливо удосконалюється архітектура комп'ютерів, якісно підвищується їхня продуктивність та надійність, відбувається істотне зменшення масових та габаритних показників.

Мета курсової роботи— аналіз, синтез і структурне моделювання будь-яких дискретних скінчених систем.

Теоретичною основою курсової роботи стала алгебра логіки— науки, яка використовує математичні методи для розв'язання логічних задач, а основним предметом є висловлювання — просте твердження, про яке можна стверджувати: істинне воно (позначають символом 1) або хибне (позначають символом 0). Зазвичай прості висловлювання позначають буквами, наприклад $X_1, X_2, \dots, X_n$, які називаються змінними (аргументами). За допомогою логічних зв'язків НЕ, ЧИ, І, АБО... будуть складені висловлювання, які називаються булевими (логічними) функціями.

2. Синтез комбінаційних схем

2.1. Перевірити наявність фіктивних аргументів у функції f_3 та f_4 , аналізуючи відповідні таблиці істинності.

A	B	C	D	f1	f2	f3	f4
0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0	1

Перевіримо наявність фіктивних змінних у функції f_3 .

Розглянемо змінну x_0 . На наборах $(0,0,0,0)$ та $(0,0,0,1)$ змінна x_0 змінює своє значення з 0 на 1, інші змінні залишаються сталими. Значення функції f_3 змінюється ($f_3(0,0,0,0)=0$, $f_3(0,0,0,1)=1$). Це означає, що змінна x_0 є істотною для функції f_3 .

Розглянемо змінну x_1 . На наборах $(0,0,0,1)$ та $(0,0,1,1)$ змінна x_1 змінює своє значення з 0 на 1, інші змінні залишаються сталими. Значення функції f_3 змінюється ($f_3(0,0,0,1)=1$, $f_3(0,0,1,1)=0$). Це означає, що змінна x_1 є істотною для функції f_3 .

Розглянемо змінну x_2 :

$$\begin{aligned}f_3(0, x_2, 0, 0) &= f_3(0, 0, 0, 0) = f_3(0, 1, 0, 0) = 0 \\f_3(0, x_2, 0, 1) &= f_3(0, 0, 0, 1) = f_3(0, 1, 0, 1) = 1 \\f_3(0, x_2, 1, 0) &= f_3(0, 0, 1, 0) = f_3(0, 1, 1, 0) = 0 \\f_3(0, x_2, 1, 1) &= f_3(0, 0, 1, 1) = f_3(0, 1, 1, 1) = 0 \\f_3(1, x_2, 0, 0) &= f_3(1, 0, 0, 0) = f_3(1, 1, 0, 0) = 0 \\f_3(1, x_2, 0, 1) &= f_3(1, 0, 0, 1) = f_3(1, 1, 0, 1) = 1 \\f_3(1, x_2, 1, 0) &= f_3(1, 0, 1, 0) = f_3(1, 1, 1, 0) = 1 \\f_3(1, x_2, 1, 1) &= f_3(1, 0, 1, 1) = f_3(1, 1, 1, 1) = 0\end{aligned}$$

Розглянувши значення функції на всіх можливих наборах, можна бачити, що значення функції f_3 не залежить від змінної x_2 , тобто ця змінна є фіктивною.

Розглянемо змінну x_3 . На наборах $(0, 0, 1, 0)$ та $(1, 0, 1, 0)$ змінна x_3 змінює своє значення з 0 на 1, інші змінні залишаються сталими. Значення функції f_3 змінюється ($f_3(0, 0, 1, 0) = 0$, $f_3(1, 0, 1, 0) = 1$). Це означає, що змінна x_3 є істотною для функції f_3 .

Функція f_3 є виродженою, оскільки вона має один фіктивний аргумент – змінну x_2 .

Перевіримо наявність фіктивних змінних у функції f_4 .

Розглянемо змінну x_0 :

$$\begin{aligned}f_4(0, 0, 0, x_0) &= f_4(0, 0, 0, 0) = f_4(0, 0, 0, 1) = 1 \\f_4(0, 0, 1, x_0) &= f_4(0, 0, 1, 0) = f_4(0, 0, 1, 1) = 1 \\f_4(0, 1, 0, x_0) &= f_4(0, 1, 0, 0) = f_4(0, 1, 0, 1) = 0 \\f_4(0, 1, 1, x_0) &= f_4(0, 1, 1, 0) = f_4(0, 1, 1, 1) = 1 \\f_4(1, 0, 0, x_0) &= f_4(1, 0, 0, 0) = f_4(1, 0, 0, 1) = 0 \\f_4(1, 0, 1, x_0) &= f_4(1, 0, 1, 0) = f_4(1, 0, 1, 1) = 1 \\f_4(1, 1, 0, x_0) &= f_4(1, 1, 0, 0) = f_4(1, 1, 0, 1) = 0 \\f_4(1, 1, 1, x_0) &= f_4(1, 1, 1, 0) = f_4(1, 1, 1, 1) = 1\end{aligned}$$

Розглянувши значення функції на всіх можливих наборах, можна бачити, що значення функції f_4 не залежить від змінної x_0 . Вона фіктивна.

Розглянемо змінну x_1 . На наборах $(0,1,0,0)$ та $(0,1,1,0)$ змінна x_1 змінює своє значення з 0 на 1, інші змінні залишаються сталими. Значення функції f_3 змінюється ($f_4(0,1,0,0)=0$, $f_4(0,1,1,0)=1$). Це означає, що змінна x_1 є істотною для функції f_4 .

Розглянемо змінну x_2 . На наборах $(0,0,0,0)$ та $(0,1,0,0)$ змінна x_2 змінює своє значення з 0 на 1, інші змінні залишаються сталими. Значення функції f_3 змінюється ($f_4(0,0,0,0)=1$, $f_4(0,1,0,0)=0$). Це означає, що змінна x_2 є істотною для функції f_4 .

Розглянемо змінну x_3 . На наборах $(0,0,0,0)$ та $(1,0,0,0)$ змінна x_3 змінює своє значення з 0 на 1, інші змінні залишаються сталими. Значення функції f_3 змінюється ($f_4(0,0,0,0)=1$, $f_4(1,0,0,0)=0$). Це означає, що змінна x_3 є істотною для функції f_4 .

Функція f_4 є виродженою, оскільки вона має один фіктивний аргумент – змінну x_0 .

2.2. Бульові функції представити у вигляді таких канонічних форм:

2.2.1. Функцію f_1 у ДДНФ:

$$f_1 = \overline{A} \overline{B} C \overline{D} + \overline{A} B \overline{C} D + \overline{A} B C \overline{D} + A \overline{B} \overline{C} D + A \overline{B} C \overline{D} + A B \overline{C} \overline{D} + A B \overline{C} D + A B C \overline{D}$$

2.2.2. Функцію f_2 у ДКНФ:

$$f_2 = (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D)(\overline{A} + B + \overline{C} + \overline{D})(\overline{A} + B + \overline{C} + D)(A + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C} + D)(A + B + \overline{C} + \overline{D})(A + B + \overline{C} + D)(A + B + C + D)$$

2.2.3. Функцію f_3 у вигляді поліному Жегалкіна:

Канонічний поліном Жегалкіна – це поліном вигляду:

$$f(x_n, \dots, x_2, x_1) = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus \dots \oplus a_n x_n \oplus a_{12} x_1 x_2 \oplus a_{13} x_1 x_3 \oplus \dots \oplus a_{12\dots n} x_1 x_2 \dots x_n$$

Для функції від чотирьох змінних в загальному випадку поліном Жегалкіна має такий вигляд:

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1) = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus a_3 x_3 \oplus a_4 x_4 \oplus a_{12} x_1 x_2 \oplus a_{13} x_1 x_3 \oplus \\ \oplus a_{14} x_1 x_4 \oplus a_{23} x_2 x_3 \oplus a_{24} x_2 x_4 \oplus a_{34} x_3 x_4 \oplus a_{123} x_1 x_2 x_3 \oplus a_{124} x_1 x_2 x_4 \oplus \\ \oplus a_{134} x_1 x_3 x_4 \oplus a_{234} x_2 x_3 x_4 \oplus a_{1234} x_1 x_2 x_3 x_4$$

Знайдемо коефіцієнти a_i :

$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$		$a_0 = 0$
$x_1 = 1$	$a_1 \oplus 0 = 1$	$a_1 = 1$
$x_2 = 1$	$a_2 \oplus 0 = 0$	$a_2 = 0$
$x_3 = 1$	$a_3 \oplus 0 = 0$	$a_3 = 0$
$x_4 = 1$	$a_4 \oplus 0 = 0$	$a_4 = 0$
$x_1 = x_2 = 1$	$a_{12} \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$	$a_{12} = 1$
$x_1 = x_3 = 1$	$a_{13} \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$	$a_{13} = 0$
$x_1 = x_4 = 1$	$a_{14} \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$	$a_{14} = 0$
$x_2 = x_3 = 1$	$a_{23} \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$	$a_{23} = 0$
$x_2 = x_4 = 1$	$a_{24} \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$	$a_{24} = 1$
$x_3 = x_4 = 1$	$a_{34} \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$	$a_{34} = 0$
$x_1 = x_2 = x_3 = 1$	$a_{123} \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$	$a_{123} = 0$
$x_1 = x_2 = x_4 = 1$	$a_{124} \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$	$a_{124} = 1$
$x_1 = x_3 = x_4 = 1$	$a_{134} \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$	$a_{134} = 0$
$x_2 = x_3 = x_4 = 1$	$a_{234} \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$	$a_{234} = 0$
$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$	$a_{1234} \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$	$a_{1234} = 0$

Підставивши отримані коефіцієнти у вираз поліному Жегалкіна для функції від чотирьох змінних, отримаємо вираз для функції f_3 :

$$f_3(x_4, x_3, x_2, x_1) = x_1 \oplus x_1 x_2 \oplus x_2 x_4 \oplus x_1 x_2 x_4$$

2.3. Використовуючи розклад Шеннона, представити функцію f_4 з допомогою функцій від двох змінних.

$$f_4 = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \\ + A\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}CD$$

$$f_4 = \overline{A}\overline{B}(\overline{C}\overline{D} + \overline{C}D + C\overline{D} + CD) + \overline{A}B(C\overline{D} + CD) + A\overline{B}(C\overline{D} + CD) + \\ + AB(C\overline{D} + CD) = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}BC + AC$$

2.4. Для кожної з функцій f_1, f_2, f_3, f_4 визначити їх належність до п'яти предповних класів. Проаналізувати можливість створення з цих функцій функціонально повної системи.

2.4.1. Аналіз належності функції f_1 до п'яти предповних класів.

$K_0 : f(0,0,0,0)=0$, функція на нульовому наборі дорівнює нулю, отже функція зберігає нуль.

$K_1 : f(1,1,1,1)=0$, функція на одиничному наборі не дорівнює одиниці, отже функція не зберігає одиницю.

K_c : Логічна функція є самодвоїстою, якщо на кожній парі протилежних наборів вона приймає протилежні значення, тобто:

$$f(x_n, \dots, x_2, x_1) = \overline{f(\overline{x}_n, \dots, \overline{x}_2, \overline{x}_1)}$$

Розглянемо значення функції на наборах:

$$f(0,0,0,0)=0$$

$$f(1,1,1,1)=0$$

Оскільки рівність не виконується, то функція не є самодвоїстою.

K_L : Логічна функція називається лінійною, якщо її можна подати у вигляді полінома Жегалкіна першого степеня:

$$f(x_n, \dots, x_2, x_1) = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus \dots \oplus a_n x_n$$

Представимо функцію у вигляді полінома Жегалкіна:

$$\begin{array}{lll}
 x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0 & & a_0 = 0 \\
 x_1 = 1 & a_0 \oplus 0 = 0 & a_1 = 0 \\
 x_2 = 1 & a_2 \oplus 0 = 1 & a_2 = 1 \\
 x_3 = 1 & a_3 \oplus 0 = 0 & a_3 = 0 \\
 x_4 = 1 & a_4 \oplus 0 = 0 & a_4 = 0 \\
 x_1 = x_2 = 1 & a_{12} \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0 & a_{12} = 1
 \end{array}$$

Оскільки коефіцієнт $a_{12}=1$, то поліном Жегалкіна не є першого степеня, тому функція не є лінійною.

K_m : Логічна функція називається монотонною, якщо для будь-яких двох двійкових наборів α і β , що задовольняють умову $\alpha \leq \beta$, справджується нерівність $f(\alpha) \leq f(\beta)$.

Розглянемо значення функції на наборах $\alpha(0,0,1,0)=1$ та $\beta(0,0,1,1)=0$ ($\alpha \leq \beta$). $\alpha > \beta$, тобто нерівність $f(\alpha) \leq f(\beta)$ не справджується і функція не є монотонною.

2.4.2. Аналіз належності функції f_2 до п'яти предповних класів.

K_0 : $f(0,0,0,0)=1$, функція на нульовому наборі не дорівнює нулю, отже функція не зберігає нуль.

K_1 : $f(1,1,1,1)=0$, функція на одиничному наборі не дорівнює одиниці, отже функція не зберігає одиницю.

K_c : Логічна функція є самодвоїстою, якщо на кожній парі протилежних наборів вона приймає протилежні значення, тобто:

$$f(x_n, \dots, x_2, x_1) = \overline{f(\bar{x}_n, \dots, \bar{x}_2, \bar{x}_1)}$$

Розглянемо значення функції на наборах:

$$\begin{array}{llll}
 f(0,0,0,0)=1 & f(0,0,0,1)=0 & f(0,0,1,0)=1 & f(0,0,1,1)=1 \\
 f(1,1,1,1)=0 & f(1,1,1,0)=1 & f(1,1,0,1)=0 & f(1,1,0,0)=0 \\
 f(0,1,0,0)=0 & f(0,1,0,1)=0 & f(0,1,1,0)=1 & f(0,1,1,1)=1 \\
 f(1,0,1,1)=1 & f(1,0,1,0)=1 & f(1,0,0,1)=0 & f(1,0,0,0)=0
 \end{array}$$

Рівність на всіх наборах виконується. Функція є самодвоїстою.

K_L : Логічна функція називається лінійною, якщо її можна подати у вигляді полінома Жегалкіна першого степеня:

$$f(x_n, \dots, x_2, x_1) = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus \dots \oplus a_n x_n$$

Представимо функцію у вигляді полінома Жегалкіна:

$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$		$a_0 = 1$
$x_1 = 1$	$a_0 \oplus 1 = 0$	$a_1 = 1$
$x_2 = 1$	$a_2 \oplus 1 = 1$	$a_2 = 0$
$x_3 = 1$	$a_3 \oplus 1 = 0$	$a_3 = 1$
$x_4 = 1$	$a_4 \oplus 1 = 0$	$a_4 = 1$
$x_1 = x_2 = 1$	$a_{12} \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$	$a_{12} = 1$

Оскільки коефіцієнт $a_{12}=1$, то поліном Жегалкіна не є першого степеня, тому функція не є лінійною.

K_M : Логічна функція називається монотонною, якщо для будь-яких двох двійкових наборів α і β , що задовольняють умову $\alpha \leq \beta$, справджується нерівність $f(\alpha) \leq f(\beta)$.

Розглянемо значення функції на наборах $\alpha(0,0,0,0)=1$ та $\beta(0,0,0,1)=0$ ($\alpha \leq \beta$). $\alpha > \beta$, тобто нерівність $f(\alpha) \leq f(\beta)$ не справджується і функція не є монотонною.

2.4.3. Аналіз належності функції f_3 до п'яти предповних класів.

K_0 : $f(0,0,0,0)=0$, функція на нульовому наборі дорівнює нулю, отже функція зберігає нуль.

K_1 : $f(1,1,1,1)=0$, функція на одиничному наборі не дорівнює одиниці, отже функція не зберігає одиницю.

K_c : Логічна функція є самодвоїстою, якщо на кожній парі протилежних наборів вона приймає протилежні значення, тобто:

$$f(x_n, \dots, x_2, x_1) = \overline{f(\bar{x}_n, \dots, \bar{x}_2, \bar{x}_1)}$$

Розглянемо значення функції на наборах:

$$f(0,0,0,0)=0$$

$$f(1,1,1,1)=0$$

Оскільки рівність не виконується, то функція не є самодвоїстою.

К_л: Логічна функція називається лінійною, якщо її можна подати у вигляді полінома Жегалкіна першого степеня:

$$f(x_n, \dots, x_2, x_1) = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus \dots \oplus a_n x_n$$

Представимо функцію у вигляді полінома Жегалкіна:

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$$

$$a_0 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$a_0 \oplus 0 = 1$$

$$a_1 = 1$$

$$x_2 = 1$$

$$a_2 \oplus 0 = 0$$

$$a_2 = 0$$

$$x_3 = 1$$

$$a_3 \oplus 0 = 0$$

$$a_3 = 0$$

$$x_4 = 1$$

$$a_4 \oplus 0 = 0$$

$$a_4 = 0$$

$$x_1 = x_2 = 1$$

$$a_{12} \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$a_{12} = 1$$

Оскільки коефіцієнт $a_{12}=1$, то поліном Жегалкіна не є першого степеня, тому функція не є лінійною.

К_м: Логічна функція називається монотонною, якщо для будь-яких двох двійкових наборів α і β , що задовольняють умову $\alpha \leq \beta$, справджується нерівність $f(\alpha) \leq f(\beta)$.

Розглянемо значення функції на наборах $\alpha(0,0,0,1)=1$ та $\beta(0,0,1,0)=0$ ($\alpha \leq \beta$). $\alpha > \beta$, тобто нерівність $f(\alpha) \leq f(\beta)$ не справджується і функція не є монотонною.

2.4.4. Аналіз належності функції f_4 до п'яти предповних класів.

К₀: $f(0,0,0,0)=1$, функція на нульовому наборі не дорівнює нулю, отже функція не зберігає нуль.

К₁: $f(1,1,1,1)=1$, функція на одиничному наборі дорівнює одиниці, отже функція зберігає одиницю.

K_c : Логічна функція є самодвоїстою, якщо на кожній парі протилежних наборів вона приймає протилежні значення, тобто:

$$f(x_n, \dots, x_2, x_1) = \overline{f(\bar{x}_n, \dots, \bar{x}_2, \bar{x}_1)}$$

Розглянемо значення функції на наборах:

$$f(0,0,0,0)=0$$

$$f(1,1,1,1)=0$$

Оскільки рівність не виконується, то функція не є самодвоїстою.

K_l : Логічна функція називається лінійною, якщо її можна подати у вигляді полінома Жегалкіна першого степеня:

$$f(x_n, \dots, x_2, x_1) = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus \dots \oplus a_n x_n$$

Представимо функцію у вигляді полінома Жегалкіна:

$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$		$a_0 = 1$
$x_1 = 1$	$a_0 \oplus 1 = 1$	$a_1 = 0$
$x_2 = 1$	$a_2 \oplus 1 = 1$	$a_2 = 0$
$x_3 = 1$	$a_3 \oplus 1 = 0$	$a_3 = 1$
$x_4 = 1$	$a_4 \oplus 1 = 0$	$a_4 = 1$
$x_1 = x_2 = 1$	$a_{12} \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$	$a_{12} = 0$
$x_1 = x_3 = 1$	$a_{13} \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$	$a_{13} = 0$
$x_1 = x_4 = 1$	$a_{14} \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$	$a_{14} = 0$
$x_2 = x_3 = 1$	$a_{23} \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$	$a_{23} = 1$

Оскільки коефіцієнт $a_{23}=1$, то поліном Жегалкіна не є першого степеня, тому функція не є лінійною.

K_m : Логічна функція називається монотонною, якщо для будь-яких двох двійкових наборів α і β , що задовольняють умову $\alpha \leq \beta$, справджується нерівність $f(\alpha) \leq f(\beta)$.

Розглянемо значення функції на наборах $\alpha(0,0,1,1)=1$ та $\beta(0,1,0,0)=0$ ($\alpha \leq \beta$). $\alpha > \beta$, тобто нерівність $f(\alpha) \leq f(\beta)$ не справджується і функція не є монотонною.

Функція	Класи				
	K_0	K_1	K_c	K_d	K_m
f_1	+	–	–	–	–
f_2	–	–	+	–	–
f_3	+	–	–	–	–
f_4	–	+	–	–	–

Як можна побачити з таблиці, всі функції повністю задовільняють умову теореми, з них може бути побудована функціонально повна система.

2.5. Виконати мінімізацію булевих функцій

2.5.1. Функції f_1 - f_4 - методом К-карт

К-карта для функції від чотирьох змінних має вигляд:

	$\bar{d}$	d		$\bar{d}$	
$\bar{c}$	0000	0001	0101	0100	$\bar{a}$
c	0010	0011	0111	0110	$\bar{a}$
c	1010	1011	1111	1110	a
$\bar{c}$	1000	1001	1101	1100	a
	$\bar{b}$		b		

Функція f_1 :

	$\bar{d}$	d		$\bar{d}$	
$\bar{c}$			0101		$\bar{a}$
c	0010			0110	$\bar{a}$
c	1010			1110	a
$\bar{c}$		1001	1101	1100	a
	$\bar{b}$		b		

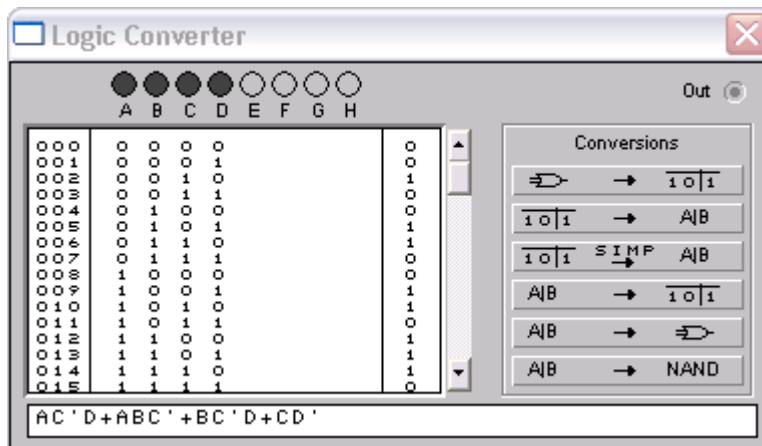
```

0010  1001  0101  1100
1010  1101  1101  1110
0110  1*01  *101  11*0
1110
**10

```

$$F_{\min} = C\bar{D} + A\bar{C}D + B\bar{C}D + AB\bar{D}$$

Перевіряємо правильність отриманих мінімальних форм за допомогою програми Electronics Workbench:



$$F_{\min} = A\bar{C}D + AB\bar{D} + B\bar{C}D + C\bar{D}$$

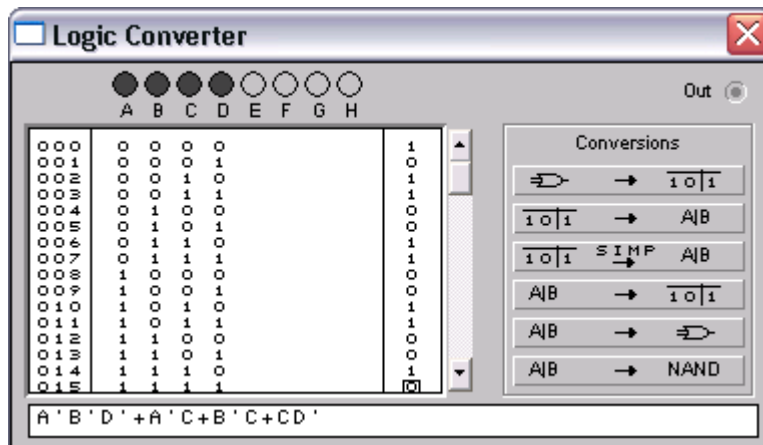
Функція f_2 :

	$\bar{d}$	d		$\bar{d}$	
$\bar{c}$	0000				$\bar{a}$
c	0010	0011	0111	0110	$\bar{a}$
c	1010	1011		1110	a
$\bar{c}$					a
	$\bar{b}$		b		

$$\begin{array}{cccc}
 0010 & 0010 & 0010 & 0000 \\
 1010 & 0110 & 1010 & 0010 \\
 0011 & 0011 & 0110 & \overline{00*0} \\
 \hline
 1011 & 0111 & 1110 & \\
 \hline
 01 & 0*1* & **10 &
 \end{array}$$

$$F_{\min} = \bar{B}C + \bar{A}C + C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{D}$$

Перевіряємо правильність отриманих мінімальних форм за допомогою програми Electronics Workbench:



$$F_{\min} = \overline{A}\overline{B}\overline{D} + \overline{A}C + \overline{B}C + C\overline{D}$$

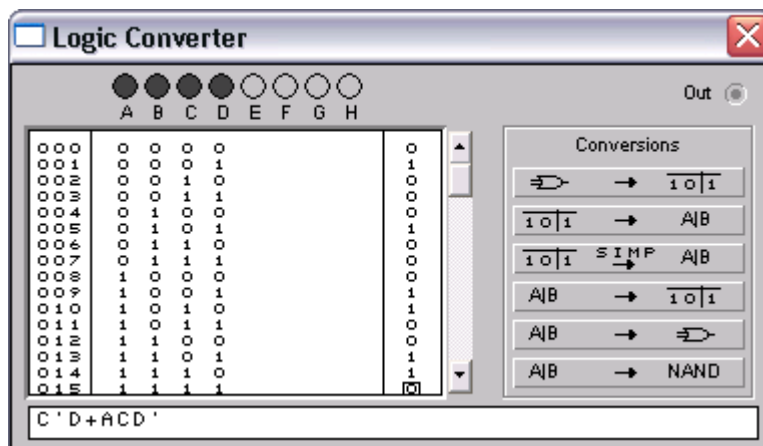
Функція f_3 :

	$\overline{d}$	d		$\overline{d}$	
$\overline{c}$		0001	0101		$\overline{a}$
c					$\overline{a}$
c	1010			1110	a
$\overline{c}$		1001	1101		a
	$\overline{b}$		b		

$$\begin{array}{r} 0001 \quad 1010 \\ 1001 \quad 1110 \\ 0101 \quad \overline{1*10} \\ 1101 \\ \overline{**01} \end{array}$$

$$F_{\min} = \overline{C}D + A C \overline{D}$$

Перевіряємо правильність отриманих мінімальних форм за допомогою програми Electronics Workbench:



$$F_{\min} = \overline{C}D + ACD$$

Функція f_4 :

	$\overline{d}$	d		$\overline{d}$	
$\overline{c}$	0000	0001			$\overline{a}$
c	0010	0011	0111	0110	$\overline{a}$
c	1010	1011	1111	1110	a
$\overline{c}$					a
	$\overline{b}$		b		

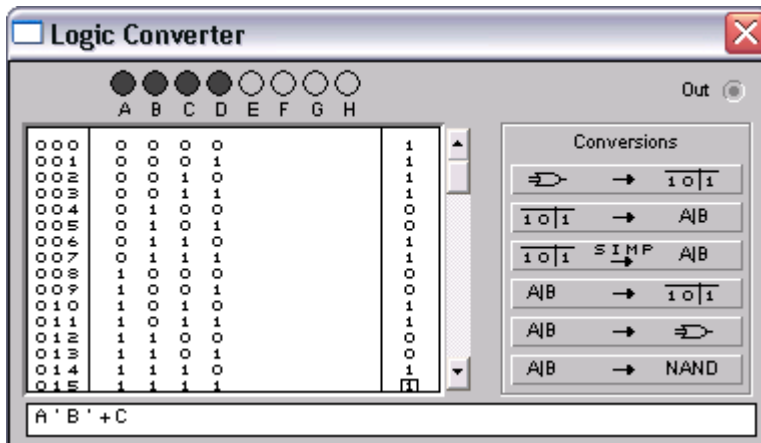
```

0010  0000
1010  0010
0110  0001
1110  0011
0011  00**
1011
0111
1111
**1*

```

$$F_{\min} = C + \overline{A}\overline{B}$$

Перевіряємо правильність отриманих мінімальних форм за допомогою програми Electronics Workbench:



$$F_{\min} = \overline{A}\overline{B} + C$$

2.5.2. Функцію f_2 - методом Квайна – Мак-Класкі

Запишемо номери наборів у вигляді двійкових наборів (мінтермів):
0000, 0010, 0011, 0110, 0111, 1010, 1011, 1110.

Утворимо групи по кількості одиниць в наборі:

Номер групи	Двійкові номери конститuent одиниці
0	0000
1	0010
2	0011 , 0110 , 1010
3	0111 , 1011 , 1110
4	—

Номери груп	Набори груп
1	* 010 , * 110
2	0* 10 , 0* 11 , 1* 10
3	00*0
4	001*, 011*, 101*

Номер и груп	Набори груп
1, 2	**10
2, 4	*01*
2, 4	0*1*

Оскільки подальші склеювання неможливі, то записуємо прості імпліканти: 00*0, **10, *01*, 0*1*. Заносимо їх до таблиці:

	0000	0010	0011	0110	0111	1010	1011	1110
00*0	+	+						
**10		+		+		+		+
01		+	+			+	+	
0*1*		+	+	+	+			

За виділеними клітинками можна побачити, що жодна проста імпліканта не є зайвою.

За допомогою двійкових наборів простих імплікант записуємо мінімальну ДНФ у буквенному вигляді:

$$F_{\min} = \overline{A}\overline{B}\overline{D} + C\overline{D} + \overline{B}C + \overline{A}C$$

2.5.3. Функцію за допомогою карт Карно (діаграм Вейча), при цьому значення функції на наборах з номерами J вважати невизначеними.

N	0	2	3	5	6	7	8	12	13	15
F	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1

Карта Карно для функції від чотирьох змінних має вигляд:

	00	01	11	10
00	0000	0001	0011	0010
01	0100	0101	0111	0110
11	1100	1101	1111	1110
10	1000	1001	1011	1010

	00	01	11	10
00	0	?	1	1
01	?	0	1	0
11	0	1	1	?
10	0	?	?	?

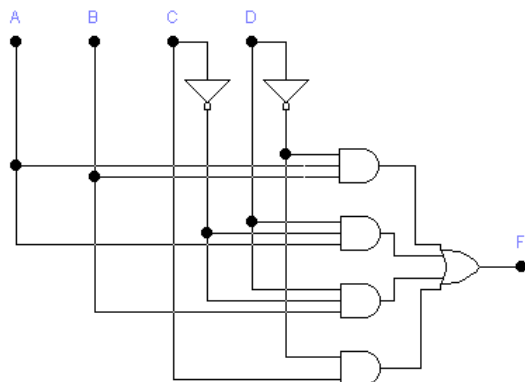
1001	0011	0010
1101	1011	1010
1011	0111	0011
1111	1111	1011
$\overline{1} ** 1$	$** \overline{1} 1$	$* 0 1 *$

$$F_{\min} = AD + CD + \overline{B}C$$

2.6. Провести синтез комбінаційних схем, що реалізують бульові функції.

2.6.1. Функцію f_1 у базисі І-АБО-НЕ.

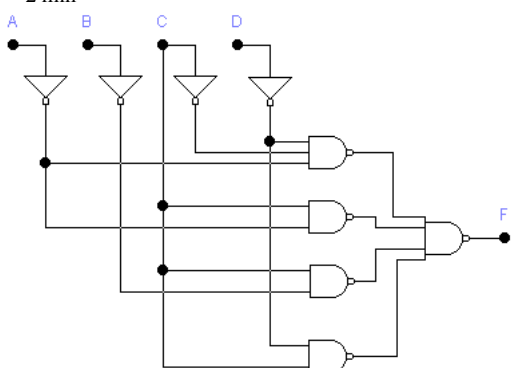
$$F_{1\min} = AB\overline{D} + A\overline{C}D + B\overline{C}D + C\overline{D} \quad \text{І – АБО – НЕ}$$



2.6.2. Функцію f2 у базисі І-НЕ.

$$F_{2\min} = \overline{A}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}C + \overline{B}C + C\overline{D}$$

$$F_{2\min} = \overline{\overline{A}\overline{C}\overline{D} \cdot \overline{A}C \cdot \overline{B}C \cdot C\overline{D}} \quad \text{І-НЕ}$$

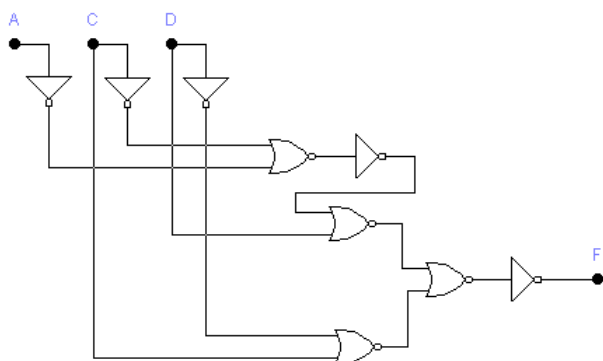


2.6.3. Функцію f3 у базисі АБО-НІ, при цьому використати тільки двовходові елементи.

$$F_{3\min} = A C \overline{D} + \overline{C} D$$

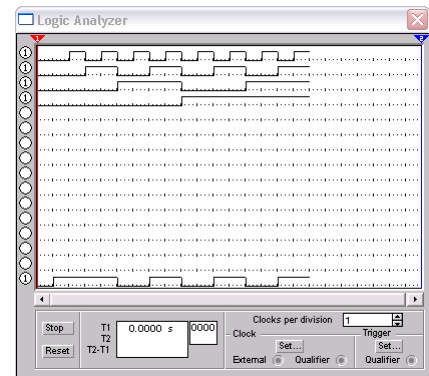
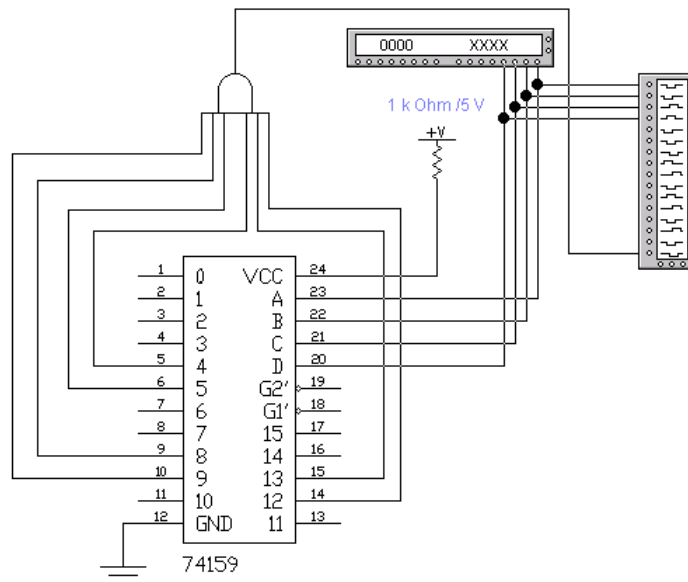
$$F_{3\min} = \overline{\overline{A + \overline{C} + D + C + \overline{D}}}$$

$$F_{3\min} = \overline{\overline{A + \overline{C} + D + C + \overline{D}}}$$

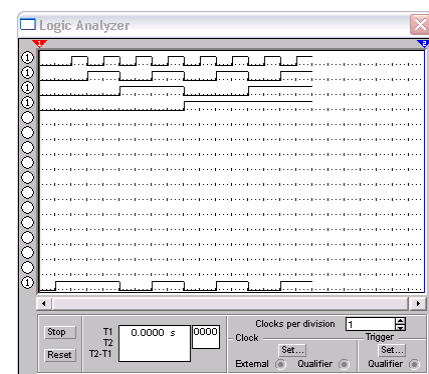
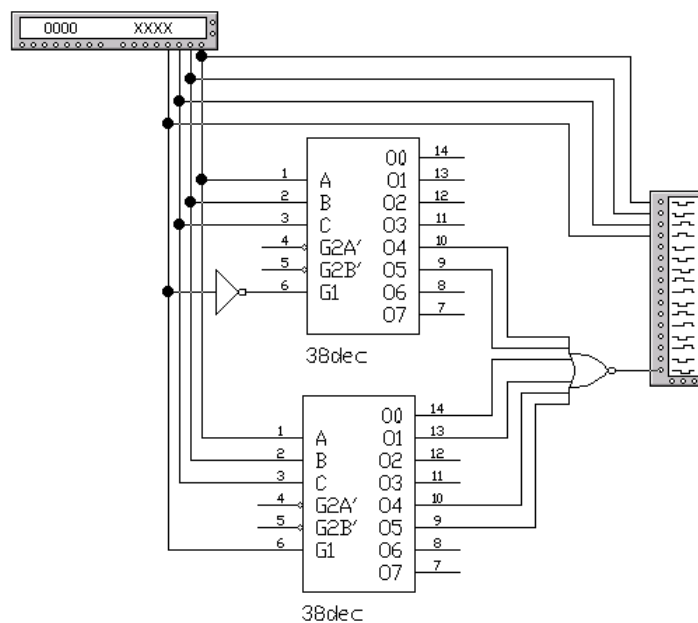


2.7. Виконати синтез комбінаційних схем, які реалізують наступні бульові функції.

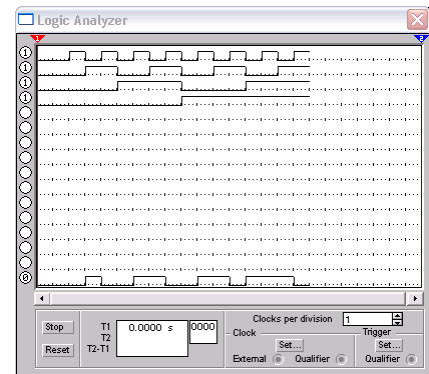
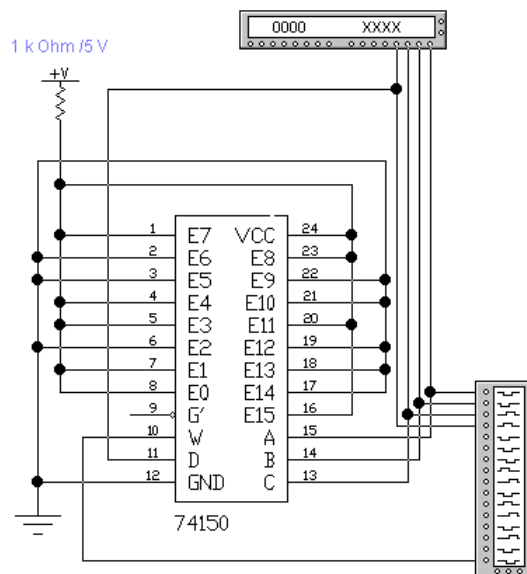
2.7.1. Функцію f_4 за допомогою повних дешифраторів із чотирма входами.



2.7.2. Функцію f_4 за допомогою повних дешифраторів із трьома входами.

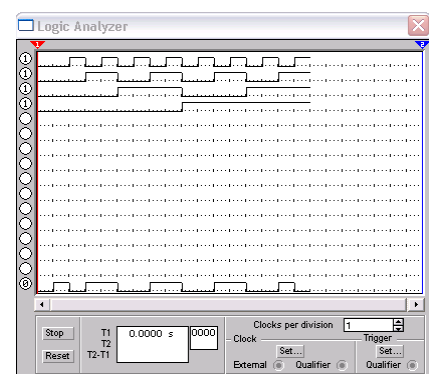
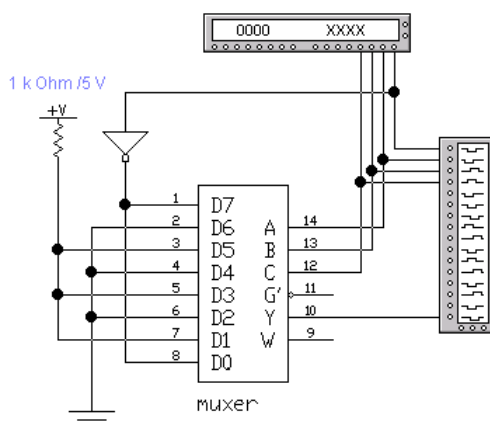


2.7.3 Функцію f1 за допомогою мультиплексорів із чотирма адресними входами.

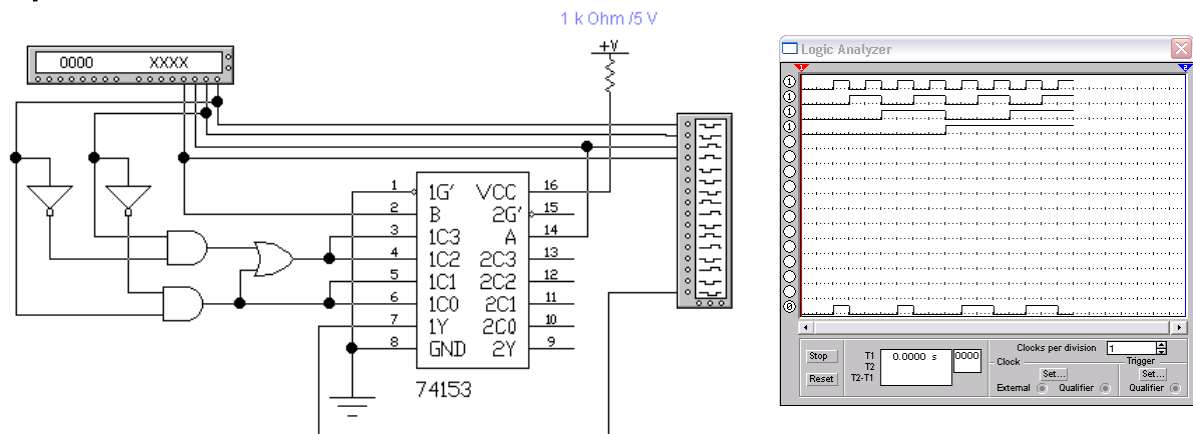


2.7.4. Функцію f2 за допомогою мультиплексорів із трьома адресними входами.

A	B	C	F
0	0	0	$\overline{D}$
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	$\overline{D}$



2.7.5. Функцію f3 за допомогою мультиплексорів із двома адресними входами.



2.8. Провести структурний синтез автомату Мілі.

Таблиця переходів:

Стан автомата	Вхідні сигнали	
	X ₁	X ₂
S ₁	S ₂	S ₃
S ₂	S ₂	S ₁
S ₃	S ₃	S ₁

Таблиця виходів:

Стан автомата	Вхідні сигнали	
	X ₁	X ₂
S ₁	y ₁	y ₃
S ₂	y ₂	y ₄
S ₃	y ₄	y ₁

$s_1 = 00$ $y_1 = 00$ $x_1 = 0$
 $s_2 = 01$ $y_2 = 01$ $x_2 = 1$
 $s_3 = 10$ $y_3 = 10$
 $y_4 = 11$

Таблиця переходів:

Стан автомата	Вхідні сигнали	
	0	1
00	01	10
01	01	00
10	10	00

Таблиця виходів:

Стан автомата	Вхідні сигнали	
	0	1
00	00	10
01	01	11
10	11	00

Таблиці переходів тригера:

Стан <i>RS-тригера</i>	<i>Вхідний сигнал(R,S)</i>		
	00	01	10
0	0	1	0
1	1	1	0

$0 \rightarrow 0 \sim *0$

$0 \rightarrow 1 \sim 01$

$1 \rightarrow 0 \sim 10$

$1 \rightarrow 1 \sim 0*$

Складаємо таблицю функцій збудження автомата:

Стан автомату	Вхідні сигнали			
	X=0		X=1	
00	*0	01	01	*0
01	*0	0*	*0	10
10	0*	*0	10	*0
A_1A_2	R_1S_1	R_2S_2	R_1S_1	R_2S_2

A_1	A_2	X	R_1	S_1	R_2	S_2
0	0	0	*	0	0	1
0	1	0	*	0	0	*
1	0	0	0	*	*	0
0	0	1	0	1	*	0
0	1	1	*	0	1	0
1	0	1	1	0	*	0

Складаємо рівняння для побудови комбінаційної схеми збудження цифрового автомата (базис I-HE):

$$R_1 = A_1 \bar{A}_2 X = \overline{\overline{A_1} \overline{\bar{A}_2} \bar{X}}$$

$$S_1 = \bar{A}_1 \bar{A}_2 X = \overline{\overline{\bar{A}_1} \overline{\bar{A}_2} \bar{X}}$$

$$R_2 = \bar{A}_1 X = \overline{\overline{\bar{A}_1} \bar{X}}$$

$$S_2 = \bar{A}_1 \bar{X} = \overline{\overline{\bar{A}_1} X}$$

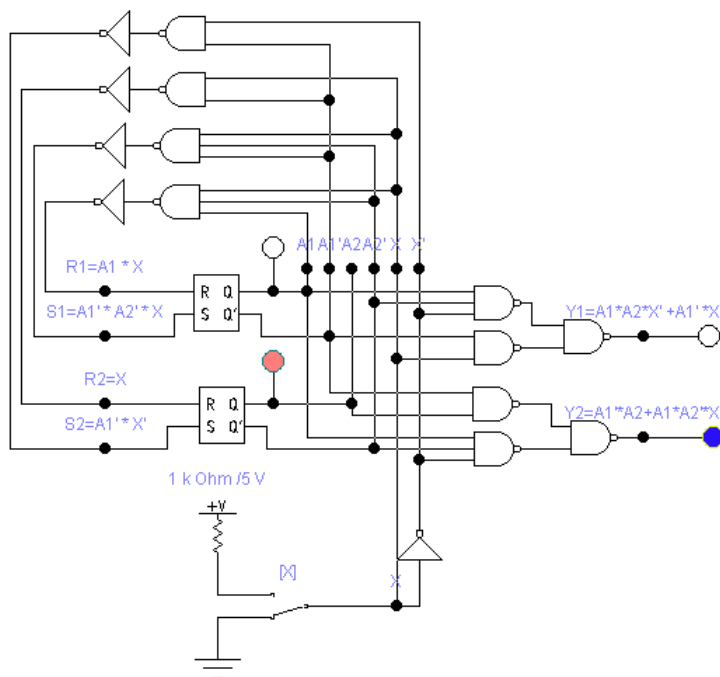
Складаємо рівняння для побудови вихідних сигналів автомата на основі таблиці виходів (базис І-НЕ):

A_1	A_2	X	R_1	S_1
0	0	0	0	0
0	1	0	0	1
1	0	0	1	1
0	0	1	1	0
0	1	1	1	1
1	0	1	0	0

$$Y_1 = A_1 \bar{A}_2 \bar{X} + \bar{A}_1 \bar{A}_2 X + \bar{A}_1 A_2 X = A_1 \bar{A}_2 \bar{X} + \bar{A}_1 X = \overline{A_1 \bar{A}_2 \bar{X} \cdot \bar{A}_1 X}$$

$$Y_2 = \bar{A}_1 A_2 \bar{X} + A_1 \bar{A}_2 \bar{X} + \bar{A}_1 A_2 X = \bar{A}_1 A_2 + A_1 \bar{A}_2 \bar{X} = \overline{\bar{A}_1 A_2 \cdot A_1 \bar{A}_2 \bar{X}}$$

Схема автомата Мілі:



3. Висновки

Головна задача і мета курсової роботи — аналіз, синтез і структурне моделювання будь-яких дискретних скінчених систем. Розроблено універсальні (канонічні) форми представлення булевих функцій, які дають можливість одержати аналітичну форму довільної схеми безпосередньо з таблиць істинності. Ця форма надалі може бути мінімізована або спрощена. Оскільки множиною аналітичних представлень і множиною схем є взаємно однозначна відповідність, то пошук канонічної форми запису є початковим етапом синтезу логічних схем. Найбільше поширення одержала досконала диз'юнктивна нормальна форма(ДДНФ) і досконала кон'юнктивна нормальна форма (ДКНФ), а важливим етапом проектування комп'ютерних схем стала мінімізація булевих функцій, тобто знаходження їхніх виражень з мінімальним числом букв, що забезпечує побудову економічних схем комп'ютерів.

4. Список використаної літератури

1. І. Ю. Король “Логічні основи мікропроцесорної техніки” — Ужгород, 2002.
2. М. П. Бабич, І. А. Жуков. Комп’ютерна схемотехніка” — К.: МК-Прес, 2004. — 410с.
3. К. Г. Самофалов, А. М. Романкевич, В. Н. Валуйський, Ю. С. Каневський, М. М. Піневич. Прикладна теорія цифрових автоматів. — К.: Вища шк., 1987. — 375 с.